Aufgaben zu den Flächeninhalten von Parallelogrammen und Dreiecken

1.0 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks PQR.

1.1 P(3/2), Q(9/2), R(1/5)   1.2 P(4/6), Q(7/1), R(8/6)

2 In einem Dreieck ist die Höhe h_c um 5 cm länger als die Seite c. Verkürzt man h_c um 3 cm und verlängert c um 2 cm, so bleibt der Flächeninhalt erhalten.
Bestimmen Sie h_c und c.

3 Der Flächeninhalt eines Parallelogramms ist um 100 cm^2 größer als der eines Dreiecks. Die beiden Figuren stimmen in einer Seite der Länge 10 cm überein und die dazugehörenden Höhen unterscheiden sich um 4 cm.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.

4 Ein Parallelogramm habe die Seitenlängen a = 4,2 cm und b = 3 cm.
Berechnen Sie den größtmöglichen Flächeninhalt dieses Parallelogramms.

5.0 Die Seitenlängen eines Dreiecks mit dem Flächeninhalt 6 cm^2 betragen 3 cm, 4 cm und 5 cm.

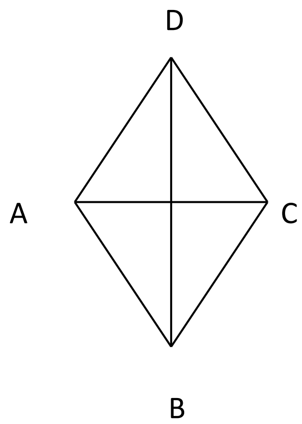
5.1 Berechnen Sie die drei Höhen des Dreiecks.

5.2 Geben Sie an, was aus dem Ergebnis von a) für die Form des Dreiecks folgt.

6 Beweisen Sie, dass für den Flächeninhalt einer Raute folgende Formel gilt:

$$A_{Raute} = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f\,.$$

$\overline{AC} = e\,,\ \overline{BD} = f$



Lösungen

1.1 9 FE 1.2 10 FE

2 Ansatz: $\frac{1}{2}\cdot c\cdot(c+5\text{cm})=\frac{1}{2}\cdot(c+2\text{cm})\cdot(c+2\text{cm})$

$\Rightarrow h_c=9\text{cm}$ und $c=4\text{cm}$

3 Ansatz: 1. Möglichkeit: $10\text{cm}\cdot h=100\text{cm}^2+\frac{1}{2}\cdot 10\text{cm}\cdot(h+4\text{cm})$

$\Rightarrow$ $h_{Parallelogramm}$ = 24 cm, also ist die Höhe des Dreiecks gleich 28 cm.

$\Rightarrow$ $A_{Dreieck}=\frac{1}{2}\cdot 10\text{cm}\cdot 28\text{cm}=140\text{cm}^2$

2. Möglichkeit: $10\text{cm}\cdot h=100\text{cm}^2+\frac{1}{2}\cdot 10\text{cm}\cdot(h-4\text{cm})$

$\Rightarrow$ $h_{Parallelogramm}$ = 16 cm, also ist die Höhe des Dreiecks gleich 12 cm.

$\Rightarrow$ $A_{Dreieck}=\frac{1}{2}\cdot 10\text{cm}\cdot 12\text{cm}=60\text{cm}^2$

4 Der größtmögliche Flächeninhalt ergibt sich für das Rechteck mit der Länge a und der Breite b.

$\Rightarrow$ $A_{Rechteck}=a\cdot b=4{,}2\text{cm}\cdot 3\text{cm}=12{,}6\text{cm}^2$

5.1 Ansatz: $\frac{1}{2}\cdot a\cdot h_a=6\text{cm}^2\Rightarrow\frac{1}{2}\cdot 3\text{cm}\cdot h_a=6\text{cm}^2\Rightarrow h_a=4\text{cm}$

entsprechend folgt dann h_b = 3cm und h_c = 2,4 cm

5.2 Das Dreieck ist rechtwinklig, da $h_a = b$ und $h_b = a$ ist.

6 Für ein kleines Teildreieck gilt: $A_{Dreieck}=\frac{1}{2}\cdot\frac{e}{2}\cdot\frac{f}{2}=\frac{e\cdot f}{8}$;

In einer Raute gilt zusätzlich, dass alle vier Teildreiecke gleich groß sind, also folgt

Für den Flächeninhalt der Raute: $A_{Raute}=4\cdot\frac{e\cdot f}{8}=\frac{1}{2}\cdot e\cdot f$